Übung 7 (Lage-/Streuparameter bei Zufallsgrößen) WS 2018/19 P. Gummelt

ÜA 1: Für ein neuartiges Medikament wird mit Hilfe einer *diskreten* Zufallsvariable X die Prognose modelliert, dass von allen damit zu behandelnden Patienten 4% eine *halbe* Tablette, 70% *eine* Tablette, 25% *zwei* Tabletten und der Rest *drei* Tabletten pro Tag einnehmen müssen. Welche Anzahl von Tabletten nimmt dann unter dieser Prognose ein Patient typischerweise täglich ein? Welche Streuung korrespondiert dazu?

a) Bestimmen Sie den *Modalwert* x_{Mod}, den *Median* $\tilde{x}$ sowie den *Erwartungswert* $\mu_X = E(X)$ dieser Zufallsgröße X. Geben Sie an, wie sich diese drei berechneten Maße der zentralen Tendenz von ihrer Interpretation her unterscheiden.

b) Bestimmen Sie den passenden Streuparameter für den Median.

c) Berechnen Sie als Maß für die Schwankung um den Erwartungswert unter Verwendung der *Definitionsformel* die *Varianz* $\sigma_X^2 = V(X)$ und daraus die *Standardabweichung* σ_X.

d) Bestimmen Sie nochmals unter Verwendung des sogenannten *Varianzverschiebesatzes* die *Varianz* $\sigma_X^2 = V(X)$ dieser ZG X und vergleichen Sie das Ergebnis mit c).

ÜA 2: Eine Saatgutfirma schätzt ein, dass von der gesamten Bohnensamen-Produktion 75% auf die Güteklasse I entfallen werden und 20% auf Güteklasse II. Für den Rest wird von Ausschuss ausgegangen, der nicht verkauft werden kann. Für die Kalkulation wird der *Cent*-Preis pro Samen als eine *diskrete Zufallsgröße* modelliert und dabei in Güteklasse I doppelt so hoch angesetzt, wie in Güteklasse II.
Wie viel Cent muss die Firma unter diesen Annahmen für einen Bohnensamen aus der Güteklasse I bzw. der Güteklasse II verlangen, wenn sie einen *durchschnittlichen* Preis von 17 Cent pro produzierten Samen erzielen will?

ÜA 3: Von einer *stetigen* ZG X ist gegeben, dass deren Verteilungsfunktion $F(x) = 0$ für $x \in]-\infty, 0[$ und $F(x) = 1$ für $x \in]1, +\infty[$ annimmt. Für $x \in [0, 1]$ gilt $F(x) = x^3$.

a) Bestimmen Sie den *Median* $\tilde{x}$ sowie den *Interquartilsabstand* $IQR = \tilde{x}_{75\%} - \tilde{x}_{25\%}$ der betrachteten ZG X. Was sagen diese Werte über die Verteilung von X aus?

b) Berechnen Sie den *Erwartungswert* $\mu_X = E(X)$ der gegebenen Zufallsgröße X. Wie kann dieser Wert interpretiert werden?

c) Bestimmen Sie die *Varianz* $\sigma_X^2 = V(X)$ dieser ZG X und daraus dann die *Standardabweichung* σ_X. Wie lässt sich der Wert σ_X interpretieren?

ÜA 4: Schätzen Sie für die folgenden Dichtefunktionen $f_{X_1}, ..., f_{X_4}$ jeweils ab, wo sich auf der Achse der Werte der zugehörigen *stetigen* Zufallsvariablen X_1, X_2, X_3 und X_4 ungefähr der *Median* $\tilde{x} = \tilde{x}_{50\%}$ und der *Erwartungswert* μ befinden. Zeichnen Sie beide Werte pro Grafik ein. Was kann über den *Modalwert* x_{Mod} dieser ZG ausgesagt werden?