

(1.) Ein Tetraeder-Würfel hat nicht sechs, sondern nur vier Seiten, so dass die vier Augenzahlen 1, 2, 3, 4 alle mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ fallen. Als Zufallsexperiment werfen wir einen solchen Tetraeder-Würfel *zweimal* und modellieren die zugehörige Ergebnismenge Ω so, dass die Laplace-Eigenschaften erfüllt sind.

a) Bestimmen Sie die Mächtigkeit $|\Omega|$ dieser Laplace-Ergebnismenge Ω .

b) Wir betrachten die Ereignisse A : "*Die Summe beider Augenzahlen ist eine ungerade Zahl*" und B : "*Das Produkt beider Augenzahlen ist größer als sechs*". Geben Sie Ereignis A und Ereignis B jeweils als Teilmenge der Ergebnismenge Ω in Mengenschreibweise an.

c) Nutzen Sie die Laplace-Formel zur Berechnung der folgenden Wahrscheinlichkeiten: $P(A)$, $P(\bar{B})$, $P(A \cap B)$ und $P(A \cup B)$.

d) Überprüfen Sie, ob die beiden Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind, indem Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(A|B)$ bzw. $P(B|A)$ berechnen und auswerten.

(2.) Wie viele Möglichkeiten gibt es,

a) 20 Kandidatinnen für ein Fotoshooting aus 30 gleichermaßen geeigneten Bewerberinnen auszuwählen?

b) einen Spielschein bei der Dreizehnerwette im Fußball-Toto vollständig auszufüllen, wo für 13 Spiele pro Spiel jeweils auf *Unentschieden*, *Sieg der Heimmannschaft* bzw. *Sieg der Gastmannschaft* getippt werden kann?

c) Vater, Mutter, Sohn, Schwiegertochter, Tochter und Schwiegersohn nebeneinander für ein Familienfoto anzuordnen?

d) die Vereinsposten *Vorsitzender*, *Stellvertreter*, *Schatzmeister* ohne Mehrfachbesetzung auf die Bewerber Krause, Müller, Meier, Bauer, Schmidt, Schulz, Wagner zu verteilen?

e) eine achtstellige Zahl bestehend aus 8 Ziffern zu bilden, die alle Primzahlen sind?

f) fünf potentielle Studienorte für ein Studium der Klinischen Psychologie aus 50 angebotenen Möglichkeiten anzukreuzen?

(3.) Angenommen, von der Bevölkerung Ω einer bestimmten Region rauchen 80% der alkoholabhängigen Personen. Bei nicht alkoholabhängigen Personen liegt der Raucheranteil mit 30% weit darunter. Von der Gesamtbevölkerung gelten 4% als alkoholabhängig.

a) Geben Sie zu den Prozentwerten 80%, 30% und 4% jeweils an, welche Wahrscheinlichkeiten der Form $P(\dots)$ bzw. $P(\dots|\dots)$ damit beschrieben werden.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine zufällig ausgewählte Person raucht?

c) Berechnen Sie, welcher Anteil der rauchenden Bevölkerung alkoholabhängig ist.

b) Berechnen Sie den Anteil derjenigen Personen unter der Gesamtbevölkerung, die weder rauchen, noch alkoholabhängig sind.

(4.) Eine Stadt hat 4 psychotherapeutische Beratungsstellen. Beratungsstelle I betreut 200 Patienten und kann 40% von diesen helfen. Beratungsstelle II betreut 100 Patienten, davon 70% hilfreich. Beratungsstelle III betreut 300 Patienten und kann 80% von diesen helfen. Beratungsstelle IV betreut 400 Patienten, davon 60% hilfreich.

a) Wie wahrscheinlich ist es, dass einem psychotherapeutisch betreuten Patienten in dieser Stadt geholfen wird?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit war ein Patient in Beratungsstelle II in Behandlung, wenn er zu den hilfreich Betreuten zählt?

(5.) Der Besitzer eines Kinos mit insgesamt 250 Plätzen kalkuliert die künftigen Einnahmen. Er rechnet damit, daß sein Kino bei 50% aller Vorstellungen voll besetzt sein wird, bei 30% aller Vorstellungen nur halb voll sein wird und bei den restlichen 20% aller Vorstellungen nur zu einem Fünftel gefüllt sein wird.

a) Welche Einnahmen kann der Kinobesitzer pro Vorstellung "im Schnitt" erwarten, wenn er für jede Eintrittskarte 5 Euro verlangt?

b) Mit welchen Schwankungen um diese durchschnittlichen Einnahmen muss er rechnen? Berechnen Sie Varianz und Standardabweichung. Nutzen Sie dabei die Definitionsformel der Varianz und dann zur Kontrolle auch den Varianzverschiebesatz!

(6.) Wir werfen wie in Aufgabe 1.) einen Tetraeder-Würfel *zweimal* und modellieren die zugehörige Ergebnismenge Ω so, dass die Laplace-Eigenschaften erfüllt sind. Diesmal betrachten wir dazu folgendes Glücksspiel: Der Spieler erhält 2 Euro, wenn das Produkt seiner beiden geworfenen Augenzahlen durch 3 teilbar ist. In allen anderen Fällen muss er 1 Euro einzahlen.

a) Geben Sie für die Zufallsgröße X : *Produkt der geworfenen Augenzahlen* die Verteilung, d.h. die möglichen X -Werte, die zugehörigen Ereignisse und deren Wahrscheinlichkeiten an. Nutzen Sie dabei die Laplace-Formel zur Wahrscheinlichkeitsberechnung.

b) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung der Zufallsgröße Y : *Euro-Gewinn aus Sicht des Spielers*

(7.) Eine Saatgutfirma vertreibt Sonnenblumen Bio-Saatgut in Tüten mit jeweils 15 Samen Inhalt. Ein Aufdruck auf der Tüte versichert dem Kunden, dass bei fachgerechter Aussaat jeder Same mit 80%-iger Wahrscheinlichkeit aufgeht.

a) Wie groß ist die Chance, dass bei fachgerechter Aussaat des gesamten Inhaltes einer Tüte mindestens 80% der 15 Samen aufgehen?

b) An wie vielen Sonnenblumenpflanzen kann sich ein Kunde im Durchschnitt erfreuen, wenn er alle 15 Samen einer Tüte fachgerecht aussät?

(8.) Ein Hersteller für Echtholzmöbel gibt an, dass jedes Möbelstück mit 25%iger Wahrscheinlichkeit Astlöcher aufweist und zu 75% makellos ist. Eine Firma kauft bei diesem Hersteller 40 Möbelstücke für die Neugestaltung ihrer Büros.

a) Mit welcher durchschnittlichen Anzahl von Möbelstücken mit Astlöchern muss bei einer solchen Lieferung vom Umfang 40 gerechnet werden?

b) Charakterisieren Sie die Schwankung um diese unter a) bestimmte mittlere Anzahl, indem Sie die zugehörige Standardabweichung berechnen.

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind unter den bestellten 40 Echtholzmöbeln maximal 2 Exemplare mit Astlöchern dabei?

(9.) In einer Gärtnerei befüllt eine Maschine lauter vorbereitete Pflanzschalen mit jeweils vier Blumensamen, wobei jeder dieser Samen später zu 60% eine *rot blühende* und zu 40% eine *gelb blühende* Pflanze hervorbringt.

a) Wie viele rot blühende Pflanzen sind dann unter diesen Annahmen im Mittel pro Pflanzschale zu erwarten? Welche Standardabweichung korrespondiert dazu?

b) Die Preise pro Pflanzschale werden durch die Gärtnerei abhängig von der Anzahl roter und gelber Blumen folgendermaßen angesetzt: Es ist 1 Euro zu zahlen, wenn alle vier Pflanzen gleichfarbig blühen. Sind genau die Hälfte der Blüten rot, werden 2 Euro verlangt und in allen anderen Fällen beträgt der Preis 1.50 Euro. Welchen durchschnittlichen Preis erzielt die Gärtnerei bei diesen Festlegungen pro Pflanzschale?

(10.) Berechnen Sie, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist,

a) höchstens ein Ausschuss-Exemplar in einer Stichprobe vom Umfang $n = 3$ zu erhalten, wenn man diese Stichprobe mit einem Griff aus einer Sendung von 45 Werkstücken herauszieht, unter denen sich insgesamt genau 8 Ausschuss-Stücke befinden;

b) mehr als 7 Linkshänder unter 10 zufällig aus 20 Personen gezogenen Teilnehmern einer Studie zu erhalten, wenn 12 dieser 20 Teilnehmer Linkshänder sind.