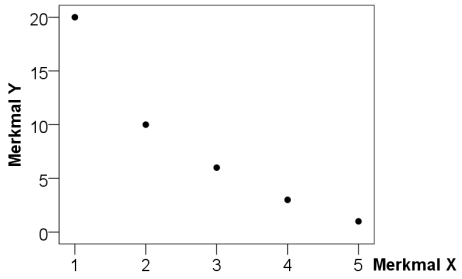
(19.) Skizzieren Sie mögliche Scatterplots, die zu den Bravais-Pearson- Korrelationskoeffizienten $r_{XY} = -0.889$, $r_{XY} = +0.237$, $r_{XY} = 0.0056$, $r_{XY} = -1$, $r = +1$ korrespondieren könnten. Welche Aussagen können dabei jeweils über den untersuchten Zusammenhang der beiden betrachteten Merkmale gemacht werden?

(20.) Bei einem (fiktiven) Experiment zum Zusammenhang der Merkmale X und Y wurden für fünf X-Werte die in der Tabelle aufgeführten Y-Werte gemessen und im Streudiagramm dargestellt. Aus den Messwerten ergeben sich die arithmetischen Mittel $\overline{x} = 3$ und $\overline{y} = 8$ sowie die beiden Varianzen $s_X^2 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2 = 2$ und $s_Y^2 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(y_i - \bar{y})^2 = 45.2$ und die Kovarianz $s_{XY}^2 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -9$.

X-Werte	1	2	3	4	5
zugehörige Y-Werte	20	10	6	3	1



a) Bestimmen und interpretieren Sie den Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten r_{XY}.
b) Bestimmt man anstelle von r_{XY} den Rangkorrelationskoeffizienten "Kendalls tau", so erhält man als Ergebnis $\tau = -1$. Vergleichen Sie diesen Wert mit Ihrem berechneten Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten r_{XY} und begründen Sie die Unterschiede!

(21.) Im Rahmen einer Studie zum menschlichen Schädel wurde die Kapazität X (in cm^3) untersucht. Es kann davon ausgegangen werden, daß die Schädelkapazität normalverteilt ist. Anhand von 16 vermessenen Schädeln sollte nun mittels t-Test (Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$) überprüft werden, inwieweit die vermutete mittlere Kapazität von $1350cm^3$ zutreffend ist. Aus den Stichprobendaten wurden das arithmetische Mittel $\overline{x} = 1338.1cm^3$ sowie die geschätzte Standardabweichung $\hat{\sigma}_X = 130.6cm^3$ berechnet.
a) Stellen Sie für den durchzuführenden zweiseitigen t-Test H_0 und H_1 auf.
b) Bestimmen Sie den Akzeptanzbereich der Nullhypothese.
c) Berechnen Sie für die Stichproben-Daten die Teststatistik t_{emp} und entscheiden Sie anhand dieses Wertes, ob die Nullhypothese H_0 abzulehnen ist oder nicht.
d) Bestimmen Sie aus den gegebenen Daten das 95%-Konfidenzintervall für die wahre (unbekannte) mittlere Schädelkapazität μ_X.
e) Welche Aussage können Sie zum gesuchten wahren Mittelwert μ_X der Schädelkapazität anhand Ihres unter d) berechneten 95%-Konfidenzintervalls machen?

(22.) Im Rahmen einer Überprüfung zum Kaloriengehalt X in bestimmten Futtermitteln (in $\frac{mg}{100g}$) wurde eine Stichprobe von 51 zufällig gezogenen Proben untersucht. Mittels t-Test (Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$) sollte überprüft werden, ob es Anhaltspunkte für eine signifikante Unterschreitung des mittleren Kalorieningehaltes von $150mg$ pro $100g$ gibt. Aus den Stichprobendaten wurden das arithmetische Mittel $\overline{x} = 144.63\frac{mg}{100g}$ sowie die geschätzte Standardabweichung $\hat{\sigma}_X = 29.461\frac{mg}{100g}$ berechnet.

a) Stellen Sie für den durchzuführenden linksseitigen t-Test H_0 und H_1 auf.
b) Bestimmen Sie den Akzeptanzbereich der Nullhypothese.
c) Berechnen Sie für die Teststatistik t_{emp} und entscheiden Sie anhand dieses Wertes, ob die Nullhypothese H_0 abzulehnen ist oder nicht ($p - value = 0.0995$).
d) Formulieren Sie Ihr Testergebnis in Form eines Antwortsatzes auf die Fragestellung.

(23.) Für einen neuen Studiengang im künstlerischen Bereich, welcher im Sommer- oder Wintersemester begonnen werden kann, wird im Prüfungsamt aufgrund bisheriger Erfahrungen kalkuliert, dass von den jeweiligen Neuanfängern 5% eine Wartezeit von 0 Semestern, 10% *ein* Semester, 30% *zwei* Semester, 25% *drei* Semester und der Rest eine Wartezeit von ≥ 4 Semestern seit dem Abitur hinter sich haben. Die ersten 50 Studierenden wiesen dann folgende tatsächliche Wartezeiten auf: **1x** *kein* Semester,**7x** *ein* Semester, **17x** *zwei* Semester, **14x** *drei* Semester und **11x** *vier oder mehr* Semester. Untersuchen Sie mit einem χ^2-Anpassungstest bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$, in wieweit diese Stichprobendaten Anlass dazu geben, an der Kalkulation des Prüfungsamtes festzuhalten bzw. ernsthafte Zweifel anzumelden.
a) Geben Sie H_0 und H_1 für den durchzuführenden χ^2-Anpassungstest an.
b) Begründen Sie, dass der Test für das gegebene Datenmaterial angewendet werden darf.
c) Bestimmen Sie den Akzeptanzbereich der Nullhypothese und geben Sie diesen an.
d) Berechnen Sie aus den vorliegenden Daten die Teststatistik χ^2_{emp}.
e) Fällen Sie anhand des χ^2_{emp}-Wertes von Teilaufgabe d) eine Testentscheidung und formulieren Sie in Worten, was Ihr Ergebnis in Bezug auf die Ausgangsfragestellung bedeutet.
f) Geben Sie an, welche Wahrscheinlichkeit das Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ im vorliegenden Beispiel konkret beschreibt!

(24.) Um zu überprüfen, ob bei einem von einer Spielwarenfirma hergestellten Würfel tatsächlich jede der sechs Seiten mit gleicher Wahrscheinlichkeit fällt, wurden 600 Würfe damit gemacht. Dabei fielen 100 *Einsen*, 106 *Zweien*, 94 *Dreien*, 102 *Vieren*, 100 *Fünfen* und 98 *Sechsen*. Führen Sie mit diesem Datenmaterial einen χ^2-Anpassungstest bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$ durch.
a) Geben Sie H_0 und H_1 passend zur beschriebenen Fragestellung an.
b) Begründen Sie anhand der erwarteten Häufigkeiten, dass der χ^2-Test anwendbar ist.
c) Geben Sie den Akzeptanzbereich von H_0 an und berechnen Sie die Teststatistik χ^2_{emp}.
d) Fällen Sie eine Testentscheidung (zur Kontrolle: p-value=0.977) und formulieren Sie, als Antwortsatz, was dies in Bezug auf die Fragestellung der Studie bedeutet.