

Klausur Mathematik I für Wirtschaftswissenschaftler - Variante A

Termin: 06.02.2018

Zeit: 9.00 – 11.00 Uhr

A 1: Untersuchen Sie die folgenden Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt und begründen Sie Ihre Entscheidung bzw. geben Sie ein Gegenbeispiel an:

- (a) Eine konvergente Zahlenfolge ist nach unten beschränkt.
- (b) Die Funktion $f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$ hat keine Wendepunkte.
- (c) Eine ganzrationale Funktion dritten oder höheren Grades hat mindestens eine Nullstelle.
- (d) Wenn $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a < b$, so gilt $a^3 + c^2 < b^3 + c^2$.
- (e) Für jede integrierbare Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gilt

$$\int_a^b f(x)dx > 0 \quad \Rightarrow \quad f(x) > 0 \quad \forall x \in [a, b].$$

A 2: Bestimmen Sie für $x \in \mathbb{R}$ die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung bzw. Gleichung:

(a) $\frac{x+1}{x-2} < \frac{x-3}{x+1}$,

(b) $|x^2 - x - 6| = 4$.

A 3: (a) Eine Zahlenfolge beginnt mit den Werten $3 \quad \frac{5}{2} \quad \frac{7}{3} \quad \frac{9}{4} \quad \frac{11}{5} \quad \dots$.
Geben Sie eine mögliche explizite Formel für diese Folge an.

(b) Berechnen Sie die Grenzwerte der Zahlenfolgen

$$(a_n) = \frac{(\sqrt{3} \cdot 2^n - 1)^2}{2^{2n}} \quad \text{und} \quad (b_n) = \frac{(4n+1)^2 - (n-1)^2}{(4n-1)^2 + (n+1)^2}.$$

(c) Geben Sie die Bildungsvorschrift einer monoton fallenden Zahlenfolge an, die gegen 3 konvergiert.

A 4: Bestimmen Sie für $f(x) = -2x \cdot \ln\left(\frac{x^2}{3}\right)$ die erste und zweite Ableitung sowie die Nullstellen.

A 5: Betrachtet werde die Funktion $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 7$ auf dem Intervall $[-1; 4]$.

(a) Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extremwerte der Funktion.

(b) Beschreiben Sie das Monotonieverhalten der Funktion.

A 6: Berechnen Sie die Punktelastizität für die Funktion $f(x) = \frac{1}{e^{-x} + 1}$.

A 7: (a) Bestimmen Sie für $f(x) = (3x+1)e^x$ diejenige Stammfunktion $F(x)$, für die $F(0) = 7$ gilt.

(b) Berechnen Sie $\int_0^4 (3x - \sqrt[3]{x^2}) dx$.

A 8: Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$y'(x) + (2x - 4)y(x) - e^{-x^2} = 0 \quad y(0) = \frac{7}{4}.$$

Viel Erfolg!