

Klausur Mathematik I für Wirtschaftswissenschaftler - Variante B

Termin: 06.02.2018

Zeit: 9.00 – 11.00 Uhr

A 1: Untersuchen Sie die folgenden Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt und begründen Sie Ihre Entscheidung bzw. geben Sie ein Gegenbeispiel an:

- (a) Eine konvergente Zahlenfolge ist nach oben beschränkt.
- (b) Die Funktion $f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$ ist überall konkav.
- (c) Eine ganzrationale Funktion dritten Grades hat entweder genau eine oder drei Nullstellen.
- (d) Wenn $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a < b$, so gilt $|a + b| - |a| \leq |b|$.
- (e) Für jede integrierbare Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gilt

$$0 < a < b \quad \Rightarrow \quad \int_0^a f(x)dx \leq \int_0^b f(x)dx.$$

A 2: Bestimmen Sie für $x \in \mathbb{R}$ die Lösungsmengen der folgenden Ungleichung bzw. Gleichung:

- (a) $\frac{x-1}{x+3} < \frac{x+2}{x-1}$,
- (b) $|x^2 + 3x - 4| = 6$.

A 3: (a) Eine Zahlenfolge beginnt mit den Werten $1 \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{5}{9} \quad \dots$.
Geben Sie eine mögliche explizite Formel für diese Folge an.
(b) Berechnen Sie die Grenzwerte der Zahlenfolgen

$$(a_n) = \frac{(\sqrt{2} \cdot 3^n - 1)^2}{3^{2n}} \quad \text{und} \quad (b_n) = \frac{(3n-1)^2 + (n+1)^2}{(2n+1)^2 - (n-1)^2}.$$

(c) Geben Sie die Bildungsvorschrift einer alternierenden Zahlenfolge an, die gegen 2 konvergiert.

A 4: Bestimmen Sie für $f(x) = \frac{1}{2}x \cdot \ln\left(\frac{x^2}{5}\right)$ die erste und zweite Ableitung sowie die Nullstellen.

A 5: Betrachtet werde die Funktion $f(x) = -x^5 - 5x^4 - 5x^3 + 1$ auf dem Intervall $[-4; 1]$.
(a) Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extremwerte der Funktion.
(b) Beschreiben Sie das Monotonieverhalten der Funktion.

A 6: Berechnen Sie die Punkt Elastizität für die Funktion $f(x) = \frac{1}{1 - e^x}$.

A 7: (a) Bestimmen Sie für $f(x) = (3 - 2x)e^x$ diejenige Stammfunktion $F(x)$, für die $F(0) = 7$ gilt.

(b) Berechnen Sie $\int_0^2 (5x + \sqrt{x^3}) dx$.

A 8: Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$y'(x) + (3 - 4x)y(x) - e^{2x^2} = 0 \quad y(0) = \frac{13}{3}.$$

Viel Erfolg!