

Optimierung I (Online-Übung)

Übung 1

- a) Gib die notwendigen und hinreichenden Bedingungen an, die eine zweimal stetig differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ erfüllen muss, wenn sie ein Extremum besitzt! (Wiederholung Analysis)
- b) Bestimme den maximalen Flächeninhalt eines Rechtecks mit achsenparallelen Kanten innerhalb der Ellipse, welche durch die Nebenbedingungsgleichung

$$g(x, y) = \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - 1 = 0, \quad a, b \neq 0$$

beschrieben wird. Bestimme anschließend die Gradienten der aufgestellten Zielfunktion A und g in einem der Extrempunkte! Vergleiche mit den in Aufgabe 1a aufgestellten Bedingungen für den unbeschränkten Fall!

- Gegeben sei ein Quadrat mit einem Flächeninhalt von 18 FE. Ferner liegen die Ecken auf den Koordinatenachsen. Wie kann der dadurch definierte Zulässigkeitsbereich analytisch beschrieben werden?
- Aus zwei vorhandenen Präparaten P1 und P2, die die Vitamine A, B1 und B2 enthalten, soll ein neues Multivitaminpräparat hergestellt werden. Die neue Kombination muss mindestens 16, 12 und 9 Mengeneinheiten an Vitamin A, B1 und B2 enthalten. Die Kosten pro Mengeneinheit von P1 und P2 sind 22 bzw. 38 Geldeinheiten. Die pro Mengeneinheit in P1 und P2 enthaltenen Mengen an Vitaminen sind in der folgenden Tabelle gegeben:

	P1	P2
A	3	1
B1	2	3
B2	4	1

Gesucht sind die Mengen x_1 und x_2 von P1 und P2, so dass diese Kombination die oben angegebenen Mindestmengen an Vitaminen enthält und möglichst kostengünstig produziert werden kann. Stelle das zugehörige lineare Optimierungsproblem auf!

Hausaufgaben

1. Skizziere das Polyeder P zu den fünf Punkten

$$P_1 = (1; 0; 0), P_2 = (-2; 0; 0); P_3 = (0; 0; 2), P_4 = (0; 0; -1), P_5 = (0; 2; 0)$$

und beschreibe P durch fünf Ungleichungen!

2. Aus zwei Nahrungsmitteln x und y soll ein Diätplan entwickelt werden. Die Diät-nahrung beinhalte die Vitamine A, B und C mindestens in den Mengen 250, 320 und 190 Einheiten. Außerdem soll die Nahrung nicht mehr als 650 Einheiten Nährwert, aber mindestens 3.5 % Eiweiß enthalten. Die Mengen dieser Stoffe in x und y sind in der folgenden Tabelle angegeben:

	x	y
Vitamin A	2	3
Vitamin B	1	0.5
Vitamin C	1.5	3
Eiweiß	4%	1.5%
Nährwert	2	1

Das Nahrungsmittel x ist dreimal so teuer wie y . Die Diät soll möglichst billig werden. Stelle das zugehörige lineare Optimierungsproblem in Form (P) auf!

Abgabetermin: 27.04.2020