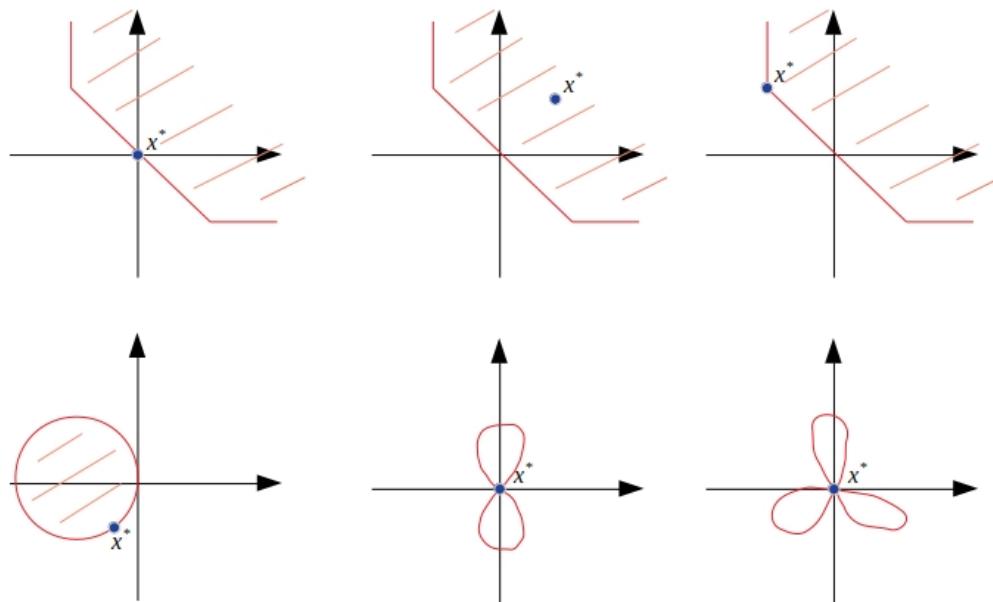


Nichtlineare Optimierung

Übung 1

1. Skizzieren Sie die Tangentialkegel im Punkt  $x^*$  zu folgenden Mengen im  $\mathbb{R}^2$ :



2. Gegeben sei die Menge  $\mathcal{X} := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x_1^4 \leq x_2 \leq x_1^3 \right\} \subset \mathbb{R}^2$ .

- a) Bestimmen Sie den Tangentialkegel  $\mathcal{T}(\mathcal{X}, x^*)$  im Punkt  $x^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ .  
 b) Lösen Sie das nichtlineare Optimierungsproblem

$$\min x_1$$

NB:  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathcal{X}$

3. a) Warum ist die Definition 2.1 Tangentialkegel so umständlich? Kann man  $\mathcal{T}(\mathcal{X}, x)$  nicht auch durch

$$\mathcal{U}(\mathcal{X}, x) := \{d \in \mathbb{R}^n : \exists \delta > 0 : x + td \in \mathcal{X} \ \forall t \in [0, \delta]\}$$

definieren? Geben Sie gegenfalls einen Beweis für  $\mathcal{U} = \mathcal{T}$  oder ein Gegenbeispiel an!

- b) Wie verhält sich das im Fall

$$\mathcal{X} := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : x_1 \geq 0, 0 \leq x_2 \leq x_1^2 \right\}$$

bezogen auf Aufgabenteil a)?