Prof. Dr. B. Kugelmann
Florian Perner
Institut für Mathematik und Informatik
Universität Greifswald

WS 19/20

Nichtlineare Optimierung

Übung 3

1. Gegeben sei die Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} &\min -(x_1+1)^2-(x_2+1)^2 \\ &\text{NB: } x_1^2+x_2^2 \leqslant 2 \\ &\qquad\quad x_1 \leqslant \gamma \end{aligned}$$

   wobei $\gamma \geqslant -\sqrt{2}$ eine fest vorgegebene Zahl sei.

   a) Ermitteln Sie anhand einer Skizze die Lösung $x^\star = x^\star(\gamma)$ des Optimierungsproblems für die Fälle $\gamma = -\sqrt{2},\ \ -\sqrt{2} < \gamma \leqslant 1,\ \ \gamma > 1$.

   b) Genügt $x^\star$ den Regularitätsbedingungen LICQ, MFCQ bzw. Abadie CQ?

   c) Gibt es zu $x^\star$ einen Vektor $\lambda^\star \in \mathbb{R}^2$, sodass $(x^\star, \lambda^\star)$ ein KKT-Punkt von der Optimierungsaufgabe ist?

2. Unter einem mathematischen Programm mit Gleichgewichtsrestriktionen (MPEC) versteht man ein restringiertes Optimierungsproblem der Gestalt

$$\begin{aligned} &\min f(x) \\ &\text{NB: } g(x) \leqslant 0,\ h(x) = 0, \\ &\qquad G(x) \geqslant 0,\ H(x) \geqslant 0, \\ &\qquad G(x)^T H(x) = 0 \end{aligned}$$

   mit stetig differenzierbaren Funktionen $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R},\ g : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m,\ h : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^p$ und $G, H : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^M$.

   Zeigen Sie, dass die MFCQ-Bedingung in keinem zulässigen Punkt von MPEC erfüllt ist.