Prof. Dr. B. Kugelmann
Florian Perner
Institut für Mathematik und Informatik
Universität Greifswald

WS 19/20

Nichtlineare Optimierung

Übung 4

1. Bestimmen Sie die Kandidaten für lokale Extrema für das lineare Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \max x_1 &+ x_2 \\ \text{NB: } 2x_1 - x_2 &\leqslant 1 \\ x_1 + x_2 &\leqslant 2 \\ x_1, x_2 &\geqslant 0 \end{aligned}$$

   mit Hilfe von Satz 2.23.
   Was folgt aus dem Satz 2.30 für diese Kandidaten?

2. Gegeben seien die Funktionen

$$c(x) := \begin{cases} (x-1)^2, & \text{falls } x > 1 \\ 0, & \text{falls } -1 \leqslant x \leqslant 1 \\ (x+1)^2, & \text{falls } x < -1, \end{cases}$$

   $g_1(x) := c(x_1) - x_2,\ g_2(x) := c(x_1) + x_2,\ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$. Weiter sei $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ eine beliebige konvexe und stetig differenzierbare Funktion. Dann ist das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min f(x)& \\ \text{NB: } g_1(x) &\leqslant 0 \\ g_2(x) &\leqslant 0 \end{aligned}$$

   ein konvexes Problem. Zeigen Sie, dass das Problem für den Punkt $x^\star = (0, 0)$ der Abadie-CQ genügt, jedoch die Slater-Bedingung nicht erfüllt ist.

3. Betrachte das Optimierungsproblem

$$
\begin{aligned}
\min x_3 - \frac{1}{2}x_1^2 \\
\text{NB: } x_3 + x_2 + x_1^2 \geqslant 0 \\
x_3 - x_2 + x_1^2 \geqslant 0 \\
x_3 \geqslant 0
\end{aligned}
$$

Sei $x^\star := (0,0,0)^T$.

a) Bestimmen Sie die Fritz-John-Punkte für dieses Problem und leiten Sie sich daraus die KKT-Punkte her.

b) Welche der Regularitätsbedingungen Abadie-CQ, MFCQ, LICQ sind erfüllt?

c) Ist $x^\star$ ein lokales Maximum/Minimum?