

Optimierung I (Online-Übung)

Übung 5

Nutze das kondensierte Simplex-Verfahren, um die folgenden LOP's zu lösen:

1.

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ \text{NB:} \quad & x_1 - x_2 \leq 4 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ & -x_1 + x_2 \leq 4 \\ & -3x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 - 2x_2 \\ \text{NB:} \quad & -x_1 - x_2 \leq -3 \\ & x_1 - 3x_2 \leq 10 \\ & 2x_1 - 4x_2 \leq -4 \\ & x_1 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Finde eine zulässige Basislösung mit Hilfe der **Zweiphasen-Methode**.

3.

$$\begin{aligned} \max \quad & 7x_1 + 10x_2 \\ \text{NB:} \quad & -4x_1 - 2x_2 \leq -24 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 72 \\ & 3x_1 - x_2 \leq 72 \\ & x_1 - 2x_2 \leq -8 \\ & -x_1 - x_2 \leq -6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Finde eine zulässige Basislösung mit Hilfe der **Mehrphasen-Methode**.

Hausaufgaben

1. Bestimme für den Zulässigkeitsbereich

$$\begin{aligned}3x_1 + 4x_2 &\geq 10 \\ -3x_1 + 4x_2 &\leq 20 \\ 2 &\leq x_1 \leq 6 \\ x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

einen Kreis mit maximalem Radius, der innerhalb des Bereiches liegt. Nutze dafür die **Mehrphasen-Methode** und überprüfe die erhaltene Lösung graphisch!

Hinweis: Für $Ax \leq b \in \mathbb{R}^m$, $x \geq 0$, $a_i^T := e_i^T A$ ergibt sich das LOP

$$\begin{aligned}\max & r \\ \text{NB: } & \|a_i\|r + a_i^T x \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m \\ & r, x \geq 0,\end{aligned}$$

wobei **auch für die ursprünglichen Vorzeichenbedingungen neue Ungleichungsnebenbedingungen eingeführt werden.**

Zum Beispiel: Für eine Vorzeichenbedingung $x_k \leq d$, $d \in \mathbb{R}$ erhält man die neue Nebenbedingung $r + x_k \leq d$.

2. In einem Computerstrategiespiel hat ein Spieler die Möglichkeit verschiedenartige Einheiten für eine Schlacht zu produzieren: Ritter, Schurke und Jäger. Jede dieser Einheiten besitzt 3 Grundattribute: Angriff (Atk), Verteidigung (Def) und Wert des Bevölkerungszuwachses (Cap). Um an einer Schlacht teilzunehmen, muss die Gesamtzahl der Angriffsstärke (Atk) und der Verteidigungsstärke (Def) jeweils mindestens 80 betragen. Das Bevölkerungslimit (Cap) darf jedoch den Wert 60 nicht übersteigen. Die Werte der Attribute pro Einheit und der Goldpreis, der nötig ist, um die Einheit zu produzieren, sind in folgender Tabelle gegeben:

	Ritter	Schurke	Jäger
Atk	2	1	2
Def	3	2	1
Cap	1	1	1
Kosten	36	24	18

Wie viele Einheiten von jeder Art sind zu produzieren, dass der Spieler an einer Schlacht teilnehmen darf, aber gleichzeitig eine größtmögliche Goldersparnis hat? Stelle das zugehörige LOP auf und löse es mit Hilfe der **Zweiphasen-Methode**!

3. Bei der Zweiphasen-Methode ergibt sich für das LOP $\max c^T x$, NB: $Ax \leq b$, $x \geq 0$ mit $b_i < 0$ für $i = 1, \dots, k \leq m$ das Hilfsproblem

$$\min \sum_{i=1}^k \tilde{y}_i$$

$$\text{NB: } \begin{array}{rccccccc} -a_{11}x_1 & - \dots & - & a_{1n}x_n & -y_1 & & +\tilde{y}_1 & = & -b_1 \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ -a_{k1}x_1 & - \dots & - & a_{kn}x_n & & -y_k & & +\tilde{y}_k & = & -b_k \\ a_{k+1,1}x_1 & + \dots & + & a_{k+1,n}x_n & & & +y_{k+1} & & = & b_{k+1} \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ a_{m1}x_1 & + \dots & + & a_{mn}x_n & & & & +y_m & = & b_m \end{array}$$

mit $x, y, \tilde{y} \geq 0$. Zeige, dass dieses Hilfsproblem immer eine (endliche) Lösung hat!

Abgabetermin: 25.05.2020 per Mail oder Briefkasten (florian.perner@uni-greifswald.de)