

Nichtlineare Optimierung

Übung 5

1. Untersuchen Sie die hinreichenden Optimalitätskriterien zweiter Ordnung (Satz 2.46) für das Problem von Übungsblatt 4:

$$\begin{aligned} \min x_3 - \frac{1}{2}x_1^2 \\ \text{NB: } x_3 + x_2 + x_1^2 &\geq 0 \\ x_3 - x_2 + x_1^2 &\geq 0 \\ x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

2. Untersuchen Sie die Zielfunktion

$$f(x, y) = x^3 + y^3$$

auf Extremwerte (Minima und Maxima) auf dem Bereich

$$X := \{(x, y)^T : (\frac{x+y}{2} - 2)^2 + (x-y)^2 \leq 1\}$$

Rechentipp: Lösen Sie die Gradientengleichung zunächst nach den Variablen $\xi := x + y$ und $\eta := x - y$.

3. Betrachtet werden die beiden Probleme

$$\begin{aligned} \min(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \\ \text{NB: } g_1(x) = x_1 + x_2 - 1 &\leq 0 \\ g_2(x) = -x_1 &\leq 0 \\ g_3(x) = -x_2 &\leq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

und

$$\begin{aligned} \min(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \\ \text{NB: } \tilde{g}_1(x) = (x_1 + x_2 - 1)^3 &\leq 0 \\ g_2(x) = -x_1 &\leq 0 \\ g_3(x) = -x_2 &\leq 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Untersuchen Sie die Probleme auf (lokale/globale) Minima, indem Sie zunächst nach Fritz-John- bzw. KKT-Punkten suchen und anschließend das hinreichende Optimalitätskriterium verwenden. Was ist der Unterschied bei den Problemen?