Prof. Dr. B. Kugelmann
Florian Perner
Institut für Mathematik und Informatik
Universität Greifswald

WS 19/20

Nichtlineare Optimierung

Übung 7

1. Sei $\phi(t) = f(x + td)$. Eine Schrittweite $t_E > 0$ heißt *exakt* an der Stelle x in Abstiegsrichtung d, wenn gilt

$$\phi'(t) = \nabla f(x+td)d \begin{cases} = 0 & \text{für } t = t_E \\ < 0 & \text{für } t \in [0, t_E] \end{cases}$$

Sei $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) := c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$ mit $c \in \mathbb{R}^n$ und symmetrischer, positiv definiter Matrix $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Sei $x \in \mathbb{R}^n$ kein stationärer Punkt von f und $d \in \mathbb{R}^n$ eine Abstiegsrichtung für f in x.
Berechnen Sie die exakte Schrittweite t_E und eine (von x und d unabhängige, möglichst große) Konstante θ, sodass t_E effizient ist.

2. Implementieren Sie das Gradientenverfahren in Matlab/Octave für quadratische Funktionen $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$.
Schreiben Sie dazu eine Funktion *gradientenverfahren(f,x0,tol)*, die für eine beliebige Funktion f, einen Startwert x_0 und eine Toleranz *tol* mittels Gradientenabstiegsverfahren ein lokales Minimum von f berechnet. Benutzen Sie für die Schrittweitenbestimmung eine ausgelagerte Funktion, die für spätere Implementierungen angepasst werden kann. Wählen Sie für diese Anwendung die exakte Schrittweite t_E aus der 1. Aufgabe.

Testen Sie ihr Programm an dem Beispiel $c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 9 & 3 & -6 & 12 \\ 3 & 26 & -7 & -11 \\ -6 & -7 & 9 & 7 \\ 12 & -11 & 7 & 65 \end{pmatrix}$,

$x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und Toleranz $tol = 10^{-6}$.