

Optimierung I (Online-Übung)

Übung 8

1. Löse die folgende Optimierungsaufgabe mit allen bisher bekannten Verfahren

$$\begin{aligned} \max & -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ \text{NB:} & \quad 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \\ & \quad x_1 + x_2 + 2x_3 \leq -5 \\ & \quad -2x_1 + x_2 + x_3 \leq -2 \\ & \quad x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ & \quad x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

2. Welche der folgenden Kegel sind selbstdual? Zeige die Selbstdualität bzw. widerlege durch ein Gegenbeispiel!

a) $\mathbb{R}_{\geq 0}^n$

b) \mathbb{R}^n

c) $\mathbb{L}^n = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid x_n \geq \sqrt{x_1^2 + \dots + x_{n-1}^2} \right\}$

3. Bestimme jeweils die zugehörige duale Aufgabe!

a) $\max c^T x$	d) $\max c^T x$
NB: $Ax \leq b$	NB: $Ax \leq b$
$x \geq 0$	

b) $\max c^T x$	e) $\max c^T x$
NB: $Ax = b$	NB: $Ax \geq b$
	$x \geq 0$

c) $\max c^T x$	f) $\max c^T x$
NB: $Ax \geq b$	NB: $Ax = b$
	$x \geq 0$

Hausaufgaben

1. Löse die folgende Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 \\ \text{NB: } & 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 5 \\ & x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ & -2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -2 \\ & x_1 - 2x_2 - x_4 \leq -4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

2. Zeige für die Übungsaufgabe **2c**), dass $K_3 \subseteq K_3^+$ gilt, um den Beweis der Selbstdualität zu vervollständigen! ($K_3 := \mathbb{L}^n$)
3. Zeige, dass der Dualkegel K^+ eines konvexen Kegels K selbst wieder ein konvexer Kegel mit Scheitel 0 ist.
4. (Zusatz) Gib zu folgendem Problem die duale Aufgabe an:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{NB: } & Ax = b \in \mathbb{R}^m \\ & x \leq d \in \mathbb{R}^n \end{aligned}$$

Gib auch die Dimensionen der dualen Variablen an!

Abgabetermin: 15.06.2020 per E-Mail oder Briefkasten (florian.perner@uni-greifswald.de)