Prof. Dr. B. Kugelmann
Florian Perner
Institut für Mathematik und Informatik
Universität Greifswald

WS 19/20

Nichtlineare Optimierung

Übung 11

1. Gegeben sei die Minimierungsaufgabe des Trust-Region-Teilproblems

$$\min f_k(d) = f(x^{(k)}) + \bigtriangledown f(x^{(k)})^T d + \frac{1}{2} d^T H_k d$$
$$\text{NB: } \|d\| \leqslant \varrho_k,$$

   wobei $\varrho_k > 0, f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R},\ H_k \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symmetrisch. Sei $d_k \in \mathbb{R}^n$ eine Lösung dieses Problems. Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$f(x^{(k)}) - f_k(d_k) \geqslant \frac{1}{2} \|\bigtriangledown f(x^{(k)})\| \min\left(\varrho_k, \frac{\|\bigtriangledown f(x^{(k)})\|}{\|H_k\|}\right)$$

   Hinweis: Untersuchen Sie die Fälle $\varrho_k \|H_k\| \leqslant \|\bigtriangledown f(x^{(k)})\|$ mit $d := -\frac{\varrho_k \bigtriangledown f(x^{(k)})}{\|\bigtriangledown f(x^{(k)})\|}$ und $\varrho_k \|H_k\| > \|\bigtriangledown f(x^{(k)})\|$ mit $d := -\frac{\bigtriangledown f(x^{(k)})}{\|H_k\|}$.

2. Implementieren Sie das Trust-Region-Verfahren in Matlab/Octave und testen Sie es anhand der Funktion aus den letzten Übungen. Schreiben Sie dazu eine Funktion $trustregion(f, x0, tol)$, die für eine gegebene Funktion f, einen Startwert x_0 und eine Toleranz tol ein lokales Minimum von f berechnet. Nutzen Sie für die Modellfunktion des Hilfsproblems die quadratische Approximation von f und lösen Sie das Hilfsproblem in Matlab mittels der Funktion $fmincon$ oder in Octave mittels der Funktion *sqp*. Machen Sie sich mit den entsprechenden Funktionen bezüglich der Eingabeparameter vertraut. Verwenden Sie die in der Vorlesung behandelten Werte für die Trust-Region-Konstanten und zählen Sie die Anzahl der Trust-Region-Schritte. Testen Sie ihr Programm zunächst für Toleranzen $> 10^{-6}$. Was fällt Ihnen für kleinere Toleranzen auf?