Prof. Dr. B. Kugelmann
Florian Perner
Institut für Mathematik und Informatik
Universität Greifswald

WS 19/20

Nichtlineare Optimierung

Übung 12

1. Gegeben sei die Minimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} \min g(x) :=& x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2 - 10x_1 - 20x_2 \\ \text{NB: } & k(x) = x_1 + x_2 - 2 = 0 \end{aligned}$$

mit der Lösung $x^\star = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)^T$. Bestimmen Sie die Lösung x_α vom Penalty-Problem

$$\min P_\alpha(x) := g(x) + \frac{1}{2}\alpha k(x)^2$$

und weisen Sie $x^\star = \lim\limits_{\alpha\to\infty} x_\alpha$ nach.
Bestimmen Sie weiterhin den zu $x^\star$ gehörigen Lagrange-Parameter $\lambda^\star$ ohne die Verwendung der KKT-Bedingungen.

2. Gegeben sei die Minimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} \min f(x) &:= (x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^4 \\ \text{NB: } h(x) &= (1 + x_2^2)x_1 + x_3^4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

Schreiben Sie ein Programm $penalty(f, h, x0, tol)$, welches eine restringierte Minimierungsaufgabe löst und testen Sie es anhand der Probleme aus Aufgabe 1 und Aufgabe 2. Die zu minierenden Funktionen f, g und die zugehörigen Nebenbedingungen h, k stehen Ihnen dabei zur Verfügung. Die Rückgabewerte der Zielfunktionen bestehen wieder aus $[Funktionswert, Gradient, Hessematrix]$ an einer gegebenen Stelle. Nutzen Sie für die Minimierung der Penalty-Funktion das in den vergangenen Übungen programmierte Newtonverfahren. Beachten Sie dabei, dass der Rückgabewert der Penaltyfunktion die gleiche Gestalt wie die Rückgabewerte der Zielfunktionen haben sollte. Zählen Sie die Anzahl der Penalty-Schritte. Was fällt bei dem Problem aus Aufgabe 2 auf?

Die Funktionsdateien und das Newtonverfahren finden Sie auf meiner Homepage https://math-inf.uni-greifswald.de/institut/ueber-uns/mitarbeitende/florian-perner/ oder direkt in der Übung.