Prof. Dr. B. Kugelmann
Johann Jakob Preuß
Institut für Mathematik und Informatik
E.-M.-Arndt-Universität Greifswald

WS 17/18

Numerik Grundpraktikum

Übung 2

Aufgaben

1) a) Das Anfangswertproblem

$$y' = -\frac{1}{y}\sqrt{1-y^2}, \quad y(0) = 1 \tag{1}$$

hat die nichttriviale Lösung $y(t) = \sqrt{1-t^2}$, $0 \leq t \leq 1$.

Man zeige, dass die Diskretisierung nach dem Euler-Verfahren für alle t, h

$$y(t; h) = 1$$

ergibt. Wie lässt sich der Unterschied erklären?

b) Es sei $f(t, y)$ stetig auf einem Rechteck R

$$R = \{(t, y) \,|\, t_0 \leq t \leq t_1, |y - y_0| \leq \alpha\}\,.$$

Auf R seien $y_1(t)$ und $y_2(t)$ zwei Lösungen des Anfangswertproblems

$$y' = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0. \tag{2}$$

Man beweise den Satz von H. Kneser:

Zu jedem Wert η mit

$$y_1(t_1) < \eta < y_2(t_1)$$

existiert eine Lösung $y(t)$ von (2), sodass

$$y(t_1) = \eta.$$

Man veranschauliche sich den Satz am Anfangswertproblem (1) für $t_1 = 1$ und $\eta = \frac{1}{2}\sqrt{3}$.

Hausaufgabe

2) a) Man gebe die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung an:

$$y' = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} y_2 \\ -2y_1 + 3y_2 \end{pmatrix} = f\left(\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right)$$

b) Man bestimme die Lösung $y(x; s)$ des zugehörigen Anfangswertproblems für

$$y(0) = s.$$

c) Man berechne die Matrix

$$Z = \mathrm{D}_s y(x; s).$$

d) Man zeige, dass diese Matrix das folgende Anfangswertproblem löst:

$$Z' = \mathrm{D}_y f \cdot Z; \quad Z(0) = \mathrm{I}.$$

Lösungen an `markus.stoeber95@web.de`

Abgabetermin: 03.11.2017, 10:00 Uhr