

Numerik I

Übung 3

1. a) Reduziere mithilfe der Beziehungen

$$\sin(x) = \sin(x + 2k\pi), \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$\sin(x) = \sin(\pi - x),$$

$$\sin(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right),$$

$$\sin(x + y) = \sin(x) \cos(y) + \sin(y) \cos(x),$$

$$\cos(x + y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y),$$

$$1 = \sin^2(x) + \cos^2(x),$$

die Aufgabe,  $\sin(x)$  für  $x \in \mathbb{R}$  zu berechnen, auf die Aufgabe,  $\sin(x)$  für  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  zu bestimmen.

- b) Berechne  $\sin(x)$  für  $x \in [0, \frac{\pi}{6}]$  näherungsweise, sodass der relative Fehler kleiner als  $10^{-5}$  ist.
2. Forme die folgenden Ausdrücke so um, dass für die gegebenen Argumente Auslöschungen vermieden werden:
- a)
- $$\sqrt{1+x} - 1, \quad x \approx 0,$$
- b)
- $$x - \sin(x), \quad x \approx 0,$$
- c)
- $$\frac{1}{1+x} - \frac{1-x}{1+2x}, \quad x \approx 1.$$
3. Von einem Algorithmus sei bekannt: Die Lösung bei exakter Rechnung lautet  $x^* = 0,12345$  und der relative Fehler ist kleiner gleich der vierfachen Maschinengenauigkeit. Welche Maschinenzahlen kommen bei der Rechnung auf einer Maschine mit dreistelliger Dezimaldarstellung als Lösung in Frage?

## Papierhausaufgaben

1. Reduziere die Berechnung von  $\sin(x)$  für  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  auf die Bestimmung von  $\sin(x)$  für  $x \in [0, \frac{\pi}{6}]$ .
2. Ermittle  $a \cdot b$  in vierstelliger Dezimalrechnung für
  - a)  $a = 20,29$ ,  $b = 49,31$ ,
  - b)  $a = 20,71$ ,  $b = 48,31$Wie groß ist jeweils der relative Rundungsfehler?

## Programmierhausaufgaben

Schreibe ein Programm, das  $\sin(x)$  für  $x \in [0, \frac{\pi}{6}]$  näherungsweise berechnet, sodass der relative Fehler kleiner als  $10^{-6}$  ist (Restglied mit kleinstmöglichem Index).

Berechne auf dem Computer die Funktion  $f(x) = \sin(x)$  für  $x \in [0, \frac{\pi}{6}]$  „exakt“ und vergleiche die entsprechenden Werte.

Bilde für die Ausgabe eine Tabelle der Form:

$x$	$\sin(x)$ „exakt“	$\sin(x)$ näherungsweise	relativer Fehler	Restgliedindex
0				
$\pi/18$				
$\pi/9$				
$\pi/6$				

Programme an [philipp.vitense@stud.uni-greifswald.de](mailto:philipp.vitense@stud.uni-greifswald.de)

**Abgabetermin: 02.05.2017 14:00 Uhr**

- Quellcode gut kommentieren
- Nachname = Programmname oder als zip/rar-Datei mit Nachnamen als Dateinamen (*preuss.m* bzw. *preuss.zip*)
- Protokoll (Ein- und Ausgabe) und Auswertung als txt-Datei beifügen oder im Quellcode als Kommentar mitliefern