

Numerik I

Übung 10

1. Gegeben sei $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ mit den Stützstellen $x_0 = 0, x_1 = 1$ und $x_2 = 2$. Berechne den kubischen Spline mit
 - a) natürlichen Randbedingungen,
 - b) den Randbedingungen $s''(0) = -2$ und $s''(2) = \frac{22}{125}$.
2. Seien $s_x(\tau)$ und $s_y(\tau)$ kubische Splinefunktionen mit gemeinsamen Knoten $\tau_k = \frac{2\pi k}{n}$ für $k = 0, \dots, n$ und periodischen Randbedingungen. Die komplexwertige Splinefunktion $s(\tau) = s_x(\tau) + i s_y(\tau)$ interpoliere den Einheitskreis $e^{i\tau}$ an den äquidistanten Knoten τ_k .
Stelle das Gleichungssystem für die Koeffizienten auf und plote die Approximationen für verschiedene n .
3. Bestimme zu den Wertepaaren

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	-0,2	0,5	-1	0,5	-0,2

den kubischen Spline mit $s''(\pm 2) = 0$.

Papierhausaufgaben

1. Gegeben sei die Funktion $f(x) = (x - 2)^3$ sowie das Intervall $[0, 2]$ mit den Stützstellen $x_0 = 0, x_1 = 1$ und $x_2 = 2$ und den entsprechenden Stützwerten $y_i = f(x_i)$ für $i = 0, 1, 2$.
 - a) Bestimme den kubischen Spline mit natürlichen Randbedingungen.
 - b) Bestimme den kubischen Spline mit den Randbedingungen $s'(0) = 12$ und $s'(2) = 0$. Stelle dazu auch das resultierende Gleichungssystem auf.

Programmierhausaufgaben

Interpoliere die Funktion $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ mithilfe von kubischen Splines im Intervall $[-1, 1]$ unter Verwendung von 5, 11 und 19 äquidistanten Stützstellen und gib sowohl f als auch das zugehörige Interpolationspolynom in einem Plot aus. Verwende dabei natürliche Randbedingungen. Ziehe ein Fazit bezüglich der Approximationsgüte.

Hinweis: Das Programm soll für beliebige Stützstellen $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ (nicht notwendig äquidistant) und beliebige Funktionen f geschrieben werden. Zusatzpunkte gibt es, wenn die Lösung des auftretenden Gleichungssystems mit einem bereits in einer früheren Hausaufgabe programmierten Löser berechnet wird, der die Besetzungsstruktur der Koeffizientenmatrix ausnutzt.

Programme an: philipp.vitense@stud.uni-greifswald.de

Abgabetermin: 04.07.2017, 14:00 Uhr

- Quellcode gut kommentieren
- Nachname = Programmname oder als zip/rar-Datei mit Nachnamen als Dateinamen (*preuss.m* bzw. *preuss.zip*)
- Protokoll (Ein- und Ausgabe) und Auswertung als txt-Datei beifügen oder im Quellcode als Kommentar mitliefern