Prof. Dr. Michael Schürmann

Übungen Lineare Algebra und Analytische Geometrie II
Blatt 1
SoSe 2017
(Abgabe 13.4.2017 in der Vorlesung)

1. *(4 Punkte)*
(a) Zeigen Sie, dass die folgenden Matrizen A und B über $\mathbb{R}$ diagonalisierbar sind:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

(b)
Zeigen Sie dass die Matrix $A + B$ nicht diagonalisierbar ist.

2. *(4 Punkte)*
Es seien $A, B \in \mathcal{M}(n; \mathbb{K})$ nilpotente Matrizen. (Eine Matrix A heißt dabei nilpotent, wenn es $k \in \mathbb{N}$ gibt mit $A^k = 0$.) Zeigen Sie: Wenn A und B vertauschen, d. h. wenn gilt

$$AB = BA,$$

dann sind auch AB und $A + B$ nilpotent.

3. *(4 Punkte)* Für welche reellen Werte α hat die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \alpha+1 & 0 & \alpha \\ 0 & -\alpha & 0 \\ \alpha & 0 & \alpha+1 \end{pmatrix}$$

die Eigenwerte 1 und -1? Bestimmen Sie die zugehörigen Eigenvektoren.

4. *(4 Punkte)*
Für welche reellen Werte α, β hat die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & i-1 \\ \alpha+\beta i & 2 \end{pmatrix}$$

nur reelle Eigenwerte? Bestimmen Sie im Falle reeller Eigenwerte die zugehörigen Eigenvektoren.