

Übungen Lineare Algebra und Analytische Geometrie II

Blatt 11

SoSe 2017

(Abgabe 29.6.2017 in der Vorlesung)

1. (4 Punkte)

Richtig oder falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) Der Schnitt zweier Ebenen des $\mathbb{R}^3$ ist entweder leer oder enthält eine Gerade.
- (b) Die affine Hülle zweier Geraden des $\mathbb{R}^3$ kann die Dimensionen 1, 2 oder 3 haben.
- (c) Der Schnitt einer Ebene und einer Geraden des $\mathbb{R}^3$ kann nur die Dimensionen 0 oder 1 haben.
- (d) Jede Hyperebene des $\mathbb{R}^3$ ist eine Ebene.

2. (4 Punkte)

Gegeben seien die Punkte $P_1 = (1, 0, 0)^T$, $P_2 = (1, 0, -1)^T$ und $P_3 = (0, 1, 1)^T$ im $\mathbb{R}^3$.

Stellen Sie den von P_1 , P_2 und P_3 erzeugten affinen Unterraum als Lösungsraum eines linearen Gleichungssystems dar.

3. (4 Punkte)

Gegeben seien die affinen Unterräume

$$A_1 := \{(1, 2, 5)^T + \lambda_1(0, 1, 0)^T + \mu_1(0, 1, 1)^T \mid \lambda_1, \mu_1 \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^3,$$
$$A_2 := \{(0, 1, 1)^T + \lambda_2(1, 1, 1)^T + \mu_2(1, 1, 2)^T \mid \lambda_2, \mu_2 \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^3.$$

- (a) Berechnen Sie den affinen Unterraum $A_1 \cap A_2 \subset \mathbb{R}^3$.
- (b) Zeigen Sie, dass $v := (1, 2, 1)^T \in A_1 \cap A_2$ und stellen Sie $A_1 \cap A_2$ als affinen Raum mit „Aufhängepunkt“ v dar.
- (c) Geben Sie die Dimension des affinen Unterraums $A_1 \cap A_2$ an.

4. (4 Punkte)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Abbildungen affin oder linear sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(x, y)^T \mapsto (x - y, x + y)^T$
- (b) $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(x, y)^T \mapsto (x - y, x + y + 1)^T$
- (c) $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(x, y)^T \mapsto (x^2, y)^T$