Übungen Wahrscheinlichkeitstheorie
Blatt 3
WS 2017/2018
Abgabe: Übung am 20.11.2017

1. (4 Punkte) Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängige Zufallsvariablen. Berechnen Sie die Verteilung von $X_1 + \cdots + X_n$, wenn gilt:

(a) $X_l \sim \pi_{\lambda_l}$, $\lambda_l \in \mathbb{R}_+$, $l = 1, \dots, n$.

(b) $X_l \sim \beta(p, k_l)$, $p \in [0, 1]$, $k_l \in \mathbb{N}$, $l = 1, \dots, n$.

2. (4 Punkte)

(a) Zeigen Sie für eine Zufallsvariable X die Gültigkeit von

$$\varphi_X(-t) = \overline{\varphi_X(t)} \text{ für alle } t \in \mathbb{R}.$$

(b) Die Zufallsvariablen X und Y seien unabhängig und identisch verteilt. Berechnen Sie die charakteristische Funktion der Zufallsvariablen $X - Y$.

3. (4 Punkte)
Zeigen Sie für Wahrscheinlichkeitsmaße μ, ν und γ auf $\mathbb{R}$ die Gültigkeit von

(a) $\mu \star \nu = \nu \star \mu$

(b) $\mu \star (\nu \star \gamma) = (\mu \star \nu) \star \gamma$

4. (4 Punkte)
Die Zufallsvariablen $X_1, X_2, \dots$ seien identisch verteilt, unabhängig und integrierbar. Zeigen Sie mit Hilfe des Stetigkeitssatzes von P. Lévy und Blatt 2, Aufgabe 4, dass gilt:

$$\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n} \to \mathbb{E}(X_1) \text{ stochastisch für } n \to \infty.$$