

ÜA 1: Mit einem χ^2 -Unabhängigkeitstest soll beim Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ untersucht werden, inwieweit in der Population von Gemüsepaprika ein Zusammenhang zwischen *Farbe* und *Form* glaubhaft ist oder nicht. An 100 Gemüsepaprika wurden dazu die Merkmale *X*: *Form* (*länglich, blockig*) und *Y*: *Farbe* (*grün, gelb, rot*) erfasst, wobei 30 von *länglicher* und 70 von *blockiger* Form waren. 35 Paprika hatten *gelbe* Farbe und es gab 6 *längliche gelbe* Exemplare. Von den blockförmigen Paprikaschoten war die Hälfte *rot*, unter den länglichen Paprika waren 60% *rotfarbig*.

- a) Erstellen Sie eine Kreuztabelle mit den in der SP beobachteten absoluten Häufigkeiten.
- b) Berechnen Sie die zugehörigen 6 erwarteten absoluten Paar-Häufigkeiten E_{ij} , die bei erfüllter stochastischer Unabhängigkeit von *X* und *Y* gelten müssten.
- c) Stellen Sie die Hypothesen H_0 und H_1 für einen χ^2 -Unabhängigkeitstest auf.
- d) Begründen Sie, warum die χ^2 -Verteilung als Prüfverteilung angewendet werden darf.
- e) Geben Sie den Akzeptanzbereich von H_0 an und berechnen Sie die Teststatistik χ^2_{emp} .
- f) Fällen Sie eine Testentscheidung (zum Vergleich: p-value(SPSS)=0.066. Was bedeutet Ihr Testergebnis in Bezug auf die Frage nach einem Zusammenhang zwischen *X* und *Y*?
- g) Drücken Sie das Signifikanzniveau als bedingte Wahrscheinlichkeit $P(\dots|\dots) = \alpha$ aus.

ÜA 2: Von 20 Jungen und 30 Mädchen im Grundschulalter wurde erfasst, ob sie eine Brille tragen müssen oder nicht. Insgesamt gab es 15 Kinder mit Sehhilfe und 35 ohne.

- a) Welche absoluten Paar-Häufigkeiten E_{ij} , die bei stochastischer Unabhängigkeit von *X*: *Geschlecht* und *Y*: *Sehhilfe (Ja/Nein)* erwartet werden, ergeben sich für diese SP-Daten?
- b) Bestimmen Sie die beiden *bedingten Verteilungen* bezüglich der Sehhilfen-Situation, welche bei erfüllter stochastischer Unabhängigkeit von *X, Y* unter den *Jungen* und unter den *Mädchen* gelten würden. Vergleichen Sie mit der Verteilung von *Y*: *Sehhilfe*.
- c) Wenn die Daten für einen χ^2 -Unabhängigkeitstest bei $\alpha = 5\%$ verwendet werden würden, für welche Kreuztabellen aus beobachteten absoluten Paar-Häufigkeiten H_{ij} würde H_0 abgelehnt werden, für welche nicht? Geben Sie jeweils eine Beispiel-Kreuztabelle an!

ÜA 3: Es soll die These geprüft werden, dass in der Bevölkerung 1% *Montag*, 2% *Dienstag*, 3% *Mittwoch*, 4% *Donnerstag*, 10% *Freitag*, 30% *Samstag* und 50% *Sonntag* als Lieblingstag haben. 350 Testpersonen wurden deshalb gefragt, auf welchen Tag der Woche sie sich in der Regel am meisten freuen. Die entsprechenden 350 Antworten lauteten: 1-mal *Mo*, 2-mal *Di*, 4-mal *Mi*, 6-mal *Do*, 33-mal *Fr*, 120-mal *Sa* und 184-mal *So*.

- a) Geben Sie H_0 und H_1 für einen χ^2 -Anpassungstest an, der die Glaubwürdigkeit der geschilderten Vermutung für die Bevölkerung beim Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ prüft.
- b) Begründen Sie, warum die χ^2 -Verteilung als Prüfverteilung angewendet werden darf.
- c) Geben Sie den Akzeptanzbereich von H_0 an und berechnen Sie die Teststatistik χ^2_{emp} .
- d) Fällen Sie eine Testentscheidung (Vergleich: p-value(SPSS)=0.011) und formulieren Sie in Worten, was Ihr Ergebnis in Bezug auf die Ausgangsfragestellung bedeutet.
- e) Drücken Sie den p-value als bedingte Wahrscheinlichkeit $P(\dots|\dots) = 0.011$ aus.
- f) Wie wäre Ihr χ^2 -Anpassungstest bei $\alpha = 5\%$ verlaufen, wenn unter H_0 vermutet worden wäre, dass die *Lieblingswochentage* in der Bevölkerung *diskret gleichverteilt* auftreten?