Universität Greifswald
Institute für Mathematik and Informatik
Lehrender: Marc Hellmuth
Korrektor: Carsten Seemann

2. Übung "Graphentheorie", WS 17/18

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Beweise: Wenn $D = (d_1, \ldots, d_n)$ eine Gradfolge ist, dann ist $\sum_{i=1}^{n} d_i$ gerade und für alle $k \in \{1, \ldots, n\}$ gilt

$$\sum_{i=1}^{k} d_i \leq k(k-1) + \sum_{i=k+1}^{n} \min\{k, d_i\}$$

Aufgabe 2: (2 Punkte)

Der Abstand $d(a, b)$ zweier Knoten $a, b \in V$ in einem Graphen $G = (V, E)$ wurde definiert als die geringste Länge eines a-b-Weges in G. Wenn kein solcher a-b-Weg existiert setzen wir $d(a, b) =$ "∞". Zeige: Der Abstand $d : V \times V \to \mathbb{N}$ ist eine Metrik auf V.

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Es sei $d \in \mathbb{N}$ und $V = \{0, 1\}^d$, d.h. V sei die Menge aller $0 - 1$ - Folgen der Länge d. Der Graph auf V, bei dem zwei Knoten genau dann benachbart sind, wenn sie sich in genau einer Koordinate unterscheiden, heißt d-dimensionaler Würfel. Bestimme Durchschnittsgrad, Kantenanzahl, Durchmesser, Taillenweite und Umfang dieses Graphen.

Aufgabe 4: (4+4=8 Punkte)

(a) Beweise: Für alle Graphen G gilt: $\mathrm{rad}(G) \leq \mathrm{diam}(G) \leq 2\mathrm{rad}(G)$.

(b) Sei $\mathcal{G}$ die Menge aller nicht-zusammenhängenden Graphen. Bestimme für jeden Graphen $G \in \mathcal{G}$ den Durchmesser $\mathrm{diam}(\overline{G})$ seines Komplements $\overline{G}$.

Abgabe: Donnerstag - 9. November 2017 - 12.15Uhr
(Herr Seemann sammelt die Aufgaben ein.)