Universität Greifswald
Institute für Mathematik and Informatik
Lehrender: Marc Hellmuth
Korrektor: Carsten Seemann

6. Übung "Graphentheorie", WS 17/18

Aufgabe 1: (5 Punkte)
Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit $m = |E|$ Kanten. Zeige dass

$$\chi(G) \leq \frac{1}{2} + \sqrt{2m + \frac{1}{4}}$$

Aufgabe 2: (5 Punkte)
Beweise oder widerlege.
Für beliebige Graphen G_1 und G_2 mit $V(G_1) \cap V(G_2) \neq \emptyset$ gilt:
Wenn $G = G_1 \cup G_2$, dann gilt $\chi(G) \leq \chi(G_1) + \chi(G_2)$.

Aufgabe 3: (5 Punkte)
Bestimmen sie einen Graphen G so dass es einen Knoten $v \in V(G)$ gibt für den gilt: $\chi(G - v) < \chi(G)$ und $\chi(\overline{G} - v) < \chi(\overline{G})$, wobei $\overline{G}$ das Komplement von G bezeichne.

Aufgabe 4: (5 Punkte)
Ein Hamiltonkreis von G ist ein Kreis in G der jeden Knoten (aber nicht notwendigerweise jede Kante) von G genau einmal beinhaltet.
Sei $G = (V, E)$ eine Graph der einen Hamiltonkreis enthält. Zeige dass für alle nicht-leeren Teilmengen $S \subseteq V$ gilt dass der Graph $G - S$, bei dem alle Knoten aus S entfernt wurden, höchstens $|S|$ Zusammenhangskomponenten hat.

Aufgabe 5: Bonus-Neujahrs-Rätsel (5 Punkte)
Im Schachspiel darf der Springer auf eines der Felder ziehen, die seinem Standfeld am nächsten, aber nicht auf gleicher Reihe, Linie oder Diagonale mit diesem liegen, d.h., der Zug des Springers erfolgt von seinem Ausgangsfeld immer zwei Felder geradeaus und dann ein Feld links oder rechts davon auf sein Zielfeld.
Eine Springerroute auf einem Schachbrett ist eine Route auf der der Springer jedes Feld genau einmal besucht wobei das Endfeld des Springers einen Springerzug von seinem Startfeld entfernt ist.
Zeige dass es auf einem $4 \times n$-Schachbrett keine Springerroute gibt.

Hinweis: Aufgabe 4

$\chi(G)$ bezeichne die (Knoten-)chromatische Zahl des Graphen G.

Abgabe: Donnerstag - 18. Januar 2018 - 12.15Uhr