

## 1. ÜBUNG "GRAPHENTHEORIE", WS 19/20

### Aufgabe 1: (2+2=4 Punkte)

Sei  $G = (V, E)$  ein Graph. Beweisen Sie:

- (a) Die Anzahl der Knoten von  $G$  mit ungeradem Grad ist gerade.
- (b) Wenn  $|V| > 1$ , dann besitzt  $G$  zwei Knoten mit gleichem Grad.

### Aufgabe 3: (2+1+1+1=5 Punkte)

- (a) Zeigen Sie, dass es einen Graphen  $G$  mit  $|V(G)| = 5$  gibt so dass  $G \simeq \overline{G}$

Argumentieren Sie für jede der Eigenschaften (b)-(d), ob es einen Graphen  $G$  mit  $G \not\simeq \overline{G}$  gibt.

- (b)  $\Delta(G) = \Delta(\overline{G})$  und  $\delta(G) = \delta(\overline{G})$ .
- (c)  $\Delta(G) = \delta(\overline{G})$ .
- (d)  $G$  enthält einen induzierten Teilgraphen  $H$  mit  $H \simeq \overline{G}$ .

### Aufgabe 2: (1.5+1.5+1.5+1.5=6 Punkte)

- (a) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage:  
"Graphen mit derselben Gradfolge sind isomorph."

Argumentieren Sie, welche der folgende Sequenzen Gradfolgen sind und geben Sie gegebenenfalls einen Graphen für die Sequenz  $G$  an:

- (b)  $D = (3, 3, 2, 2, 2, 1, 1)$
- (c)  $D = (3, 3, 3, 2, 2, 1, 1)$
- (d)  $D = (7, 5, 4, 3, 1, 1, 1)$

*Die hier betrachteten (Teil)Graphen sind alle nicht-leer.*

**Abgabe: Donnerstag - 24. Oktober, 2019 - 14.15Uhr**