

**Heuristik I.** Lösen Sie die folgenden Aufgaben unter bewusster Verwendung heuristischer Strategien.

- a) (MO 450613) Vor Alfons und Berta liegen 11 Gummibärchen auf dem Tisch. Alfons und Berta sind abwechselnd am Zug; ein Zug besteht darin, entweder *ein* Gummibärchen oder die  *Hälfte*  der Gummibärchen auf dem Tisch aufzuessen; bei der Berechnung der Hälfte ungerader Zahlen wird abgerundet. Alfons macht den ersten Zug; wer das letzte Gummibärchen isst, hat verloren. Wer kann den Sieg erzwingen, und wie?
- b) Jedes der neun Felder eines  $3 \times 3$ -Schachbrettes wird von genau einem Käfer besetzt. Auf ein Signal hin wechselt jeder Käfer auf ein Nachbarfeld (benachbart heißt hier: mit gemeinsamer Seite). Ist es möglich, dass auch nach dem Signal jedes Feld von genau einem Käfer besetzt ist?
- c) Ein Gitterpunkt ist ein Element aus  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ . Auf jedem Gitterpunkt wohne nun genau eine natürliche Zahl. (Auch Zahlen dürfen mehrere Wohnorte haben.) Man beweise: Falls auf jedem Gitterpunkt das arithmetische Mittel seiner vier Gitternachbarn wohnt, so wohnt auf jedem Gitterpunkt *dieselbe* Zahl.
- d) Man beweise: In jedem Raum, in dem sich mindestens zwei Menschen aufhalten, gibt es zwei Leute mit derselben Anzahl von Bekannten in diesem Raum.  
(Versuchen Sie auch, eine Formalisierung bzw. eine Abstraktion dieser Aussage mitsamt Beweis zu bewerkstelligen.)
- e) Auf einer Tafel sind sechs verschiedene Punkte markiert, und zwar praktischerweise so, dass je drei dieser Punkte nicht kollinear sind. Abwechselnd wählen die Spieler A und B je eine Strecke zwischen zwei verschiedenen dieser Punkte und markieren diese Strecke: A in rot, B in grün. Eine einmal markierte Strecke kann nicht erneut gewählt werden. Gewonnen hat, wer als erster ein Dreieck in seiner Farbe produziert hat.
  - Kann dieses Spiel ohne Sieger enden?
  - Kann einer der beiden Spieler den Sieg erzwingen; und wenn ja, wie?

**Heuristik II.** Finden Sie weitere Aufgaben (beispielsweise erneut aus dem Fundus der Mathematikolympiaden im Internet), die sich für das Training heuristischer Strategien mit Schülerinnen und Schülern eignen, und bestimmen Sie die jeweils anwendbaren Strategien. Erwägen Sie bei Gelegenheit auch Variationen der vorgefundenen Aufgabe.

**Heuristik III.** Unter diesem Link finden Sie eine Fülle von Verweisen auf Zeitschriftenartikel zum Thema *Problem Solving*. Mit Ihrem Uni-Account sollten Sie auch tatsächlich auf die entsprechenden Artikel zugreifen können. Wählen Sie einen Artikel aus, der Ihnen interessant erscheint, und stellen Sie ihn im Seminar kurz vor. Mindestens ein Aufgabenbeispiel und dessen Betrachtung wären dabei ein willkommener Bestandteil.