Aufgaben zur Klausurvorbereitung im Modul „Mathematik und ihre Didaktik“
(Basismodul Mathematikdidaktik) – Blatt 4

I. Allgemeine Mathematikdidaktik.

a) Geben Sie drei (paarweise deutlich verschiedene) mathematididaktische Thesen aus dem TED-Vortrag von Dan Finkel wieder (Five Principles of Extraordinary Math Teaching), jeweils mit kurzer Erläuterung.

b) Was ist – im Großen und Ganzen – der Sinn der Einführung von Bildungsstandards im Fach Mathematik? Nennen Sie außerdem zwei Kritikpunkte, die gegenüber diesen Bildungsstandards gelegentlich ins Feld geführt werden.

II. Problemlösen und Heuristik.

a) Wir betrachten folgende Aufgabe für Schülerinnen und Schüler:

> A und B spielen ein Spiel mit den 100 Münzen auf ihrem Küchentisch. A muss in jedem Zug entweder eine, drei oder fünf Münzen vom Tisch entfernen; bei B sind es zwei, vier oder sechs. A und B ziehen abwechselnd; A beginnt. Gewonnen hat derjenige, der den letzten erlaubten Zug macht. Welcher der beiden, A oder B, kann den Sieg erzwingen, und wie?

Beschreiben Sie, wie sich die vorliegende Aufgabe zur Anwendung bzw. zum Kennenlernen verschiedener heuristischer Strategien bzw. Prinzipien eignet. Nennen Sie diese Vorgehensweisen, soweit möglich, mit ihrer üblichen Bezeichnung, und führen Sie kurz aus, wie sie im vorliegenden Fall angewendet werden können; gegebenenfalls auch in Kombination miteinander. Um die tatsächliche Lösung der Aufgabe geht es hier für Sie nicht.

b) Welche Beiträge könnten die Aufgabe aus a) und ihre Behandlung im Schulunterricht für verschiedene Bildungsziele des Mathematikunterrichts leisten?

c) Nennen Sie eine nicht-triviale Aufgabe, die sich zur Anwendung des *Schubfachprinzips* eignet, und beschreiben Sie kurz die Anwendung dieses Prinzips auf die von Ihnen gewählte Aufgabe.
Hinweis: Die volle Punktzahl gibt es hier nur für eine ansatzweise raffinierte Aufgabe.

Kongruenzabbildungen der Ebene. Sei d diejenige Drehung um den Koordinatenursprung, die den Punkt $(4, -1)$ auf $(4, 1)$ abbildet; sei s die Spiegelung an der Verbindungsgeraden von $(1, 2)$ und $(2, 3)$; und sei v die Verschiebung um $(-2, -5)$. Schließlich seien $f := s \circ v \circ d$ und $g := d \circ s \circ v$.

a) Wählen Sie ein geeignetes Ausgangsdreieck und bilden es konstruktiv (und damit schultauglich) einmal mit f, ein anderes Mal mit g ab. Beschreiben Sie f und g jeweils auf zwei verschiedene Weise als Hintereinanderausführung von höchstens zwei Spiegelungen bzw. Drehungen bzw. Verschiebungen.

b) Beschreiben Sie die Abbildungen s, v und d jeweils mit Hilfe von Linearer Algebra bzw. Analytischer Geometrie und berechnen Sie somit f und g. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit denen aus a).

c) Welche Gitterpunkte werden durch s wiederum auf Gitterpunkte abgebildet? Gewinnen Sie durch schultaugliches systematisches Probieren eine Vermutung, die Sie dann per Rechnung überprüfen.

Pythagoräische Tripel.

a) Führen Sie das in der Vorlesung vom 16. Dezember beschriebene Verfahren (Schnitt von Kreis und Gerade) zur Ermittlung beliebiger pythagoräischer Tripel $(v^2 - u^2, 2uv, v^2 + u^2)$ tatsächlich durch und formulieren Sie ein Ergebnis.

b) Wir definieren die Matrix $U := \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie: Ist x ein pythagoräisches Tripel (PT) und fassen wir es als Spaltenvektor auf, so ist auch Ux ein PT.

c) Finden Sie schultaugliche Unterrichtsaktivitäten zu pythagoräischen Tripeln, insbesondere im Hinblick auf forschendes Lernen.